INVERZNÍ MATICE

Definice: Nechť A je čtvercová matice. Existuje-li matice Z taková, že platí $A \cdot Z = Z \cdot A = E$, kde E je jednotková matice, nazýváme Z **inverzní maticí** k matici A a značíme ji A^{-1}.

! $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$

Věta: Inverzní matice k matici A existuje právě tehdy, když matice A je regulární!

Věta: Nechť A je regulární matice. Pak k ní existuje právě jedna inverzní matice.

Platí: A, B jsou regulární matice stejného řádu, $k \neq 0$ je reálné číslo

1. $E^{-1} = E$
2. $(A^{-1})^{-1} = A$
3. $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$
4. $(k \cdot A)^{-1} = \frac{1}{k} \cdot A^{-1}$
5. $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

<u>Výpočet inverzní matice:</u> Jordanova metoda

$$\left(A \,\middle|\, E \right) \xrightarrow{\text{elementární řádkové úpravy}} \left(E \,\middle|\, A^{-1} \right)$$

P

Př: Určete A^{-1} k A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} /\cdot 3 \\ + \\ + \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ 2 \; /\cdot(-1) \\ + \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 & -2 \end{array}\right) \begin{array}{l} + \\ + \\ /\cdot(-1) \quad /\cdot(-2) \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 0 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 & -2 \end{array}\right) \begin{array}{l} /:2 \\ /:2 \\ /:2 \end{array} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \end{array}\right) \Rightarrow \quad A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Zk: $A \cdot A^{-1} = \ldots = E$